

水力劈裂对岩体中自然裂纹的影响研究

石路杨¹, 李 建², 许晓瑞², 余天堂³

(1. 华北水利水电大学 工程力学系, 河南 郑州 450045; 2. 黄河水利职业技术学院 水利工程学院, 河南 开封 475000;
3. 河海大学 工程力学系, 江苏 南京 210098)

摘 要: 建立了求解自然裂纹和水力裂纹扩展的扩展有限元法, 对裂纹附近区域的节点采用广义形函数, 并采用线增函数消除混合单元, 以提高裂纹附近的精度。引入水力劈裂的非耦合模型, 即假设裂纹中的水压力为均布力; 用砂浆法(线段-线段接触法)结合增广型拉格朗日乘子法处理受压裂纹段的接触条件。并通过算例分析了以下内容: 计算了受压裂纹和裂纹面分布均布水压力的水力裂纹的应力强度因子, 并与解析解进行了比较, 结果表明, 提出的方法具有很高的精度; 模拟了水力裂纹对自然裂纹面的影响, 并分析了自然裂纹面上的接触力和接触状态。

关 键 词: 自然裂纹; 水力劈裂; 扩展有限元法; 广义形函数; 接触条件; 砂浆法; 增广型拉格朗日乘子法
中图分类号: TU 452 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-7598 (2016) 10-3003-09

Influence of hydraulic fracturing on natural fracture in rock mass

SHI Lu-yang¹, LI Jian², XU Xiao-rui², YU Tian-tang³

(1. Department of Engineering Mechanics, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou, Henan 450045, China;
2. College of Water Conservancy Engineering, Yellow River Conservancy Technical Institute, Kaifeng, Henan 475000, China;
3. Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: The extended finite element method (XFEM) is presented to simulate natural fracture and hydraulic fracture. The generalized nodal shape functions are used in a cluster of nodes around cracks. To improve the accuracy in the vicinity of crack, a ramp function is used to avoid the blending element problem. An uncoupled model is used for hydraulic fracturing, which assumes uniform water pressures at crack faces. The mortar method (segment-segment contact approach) in combination with the augmented Lagrange's method is adopted to establish contact conditions between the closed natural fracture faces. Several numerical examples are analyzed in detail. In comparisons with analytical solutions, the proposed method obtains higher accuracy on computing the stress intensity factors of the pressurized crack and the hydraulic fracture with the uniform water pressure on the crack faces. The influence of hydraulic fracturing on natural fracture face is simulated, and the contact stress and contact condition on the natural fracture face are further analyzed.

Keywords: natural fracture; hydraulic fracture; extended finite element method; generalized shape function; contact condition; mortar method; augmented Lagrange's multiplier method

1 引 言

水力劈裂(hydraulic fracturing)是对由于裂纹内水压的升高, 在岩体或混凝土等脆性材料内引起裂纹的产生和扩展。水力劈裂最早应用于石油和天然气行业, 以提高石油和天然气的产量。另外, 水力劈裂在其他领域也有广泛的应用, 主要应用于地应力测量^[1]、刺激地下水^[2]、核废料地下存储^[3]、碳化合物增产和地热开发^[4-5]。然而, 水力劈裂在工

程中有时也会造成严重灾害, 如隧洞施工中的大量突水、高压输水构筑物的破裂渗漏和岩质高边坡在地下水作用下的失稳等。法国 Malpasset 拱坝^[6]和美国 Teton 坝^[7]的溃坝就是典型的水力劈裂作用造成的工程事故。在处于高水头、大埋深等恶劣水文地质条件下的岩体工程中, 水力劈裂是影响岩体及上部建筑物稳定性的重要因素之一。据统计, 90%以上的岩质边坡破坏与地下水渗透力有关, 60%的矿井事故与地下水作用有关, 30%~40%的水电工程

收稿日期: 2014-10-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(No. 51179063); 华北水利水电大学高层次人才科研启动项目(No. 201345)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51179063) and the Science and Technology Fund of Training the High-level Talents of North China University of Water Resources and Electric Power (201345).

第一作者简介: 石路杨, 女, 1988年生, 博士, 讲师, 主要从事计算力学与工程仿真方面的研究工作。E-mail: hhusly@126.com

大坝失事是由渗透作用引起的^[8]。因此,岩体的水力劈裂问题越来越引起人们的重视。

在水力劈裂的研究中,主要基于试验和数值模拟两种途径。对于水力劈裂模型主要分为两种:非耦合和耦合模型。在非耦合模型中,裂纹中的水压力作为已知量作用于裂纹面,流体的黏度假设为 0;在耦合模型中要考虑流体的流动对裂纹面产生的影响,流体的压力与裂纹宽度呈非线性关系。Ju 等^[9]通过试验研究了水流在单裂纹中流动的机制,Warpinski 等^[10]通过试验研究了在地质不连续介质中水力裂纹的扩展,Zhou 等^[11]在试验中应用三轴断裂系对水力裂纹的扩展进行了试验研究,并研究了自然裂纹和水力裂纹的交汇。上述方法中虽然能用于模拟水力劈裂,但各有缺点。扩展有限元法是一种分析不连续问题的新型数值方法^[12-13],其计算网格独立于结构的任何内部细节,因此,扩展有限元法特别适合分析裂纹扩展问题。基于 XFEM 的优势,它常被应用于模拟水力劈裂问题。Lecampion^[14]用 XFEM 模拟了基于非耦合模型的水力裂纹中的压力分布和裂纹宽度,并在裂尖处引入两种裂尖加强形式。Ren 等^[15]基于非耦合模型用 XFEM 模拟了混凝土中的水力劈裂问题。Taleghani^[16]分别基于耦合模型与非耦合模型对水力劈裂和自然裂纹的交叉进行了研究,其中,自然裂纹采用黏连裂纹模型。

在本文中,采用 XFEM 模拟水力劈裂问题以及水力裂纹对岩体中已有的自然裂纹的影响,水力劈裂采用非耦合模型,即把水压力假设为常数施加在裂纹面上。并在用 XFEM 方法模拟裂纹问题时,采用一系列措施提高裂纹附近的精度,即对裂纹附近区域的节点采用广义形函数,并采用线增函数消除混合单元,这样在稍增加计算量的情况下可有效地提高裂纹附近的精度。当裂纹发生交叉汇合时,交叉单元采用交叉加强函数。自然裂纹采用摩擦接触模型,摩擦接触条件采用砂浆法结合增广型拉格朗日乘子法处理裂纹面的接触条件。通过算例验证了本文方法用于解决摩擦接触和水力劈裂问题的正确性和适用性,并与传统的 XFEM 进行比较,验证了本文方法提高精度的可靠性,并分析了受到水力裂纹影响的自然裂纹面上的接触力及接触状态。

2 问题的描述

2.1 水力劈裂控制方程

考虑一平面岩体域 Ω , 域内有一条水力裂纹和一条自然裂纹, 见图 1。边界 Γ 由应力边界 Γ_t 、位移边界 Γ_D 和裂纹面 Γ_c 组成, 裂纹面包括水力裂纹

面 Γ_{c1} 和自然裂纹面 Γ_{c2} , 即 $\Gamma = \Gamma_t \cup \Gamma_D \cup \Gamma_{c1} \cup \Gamma_{c2}$ 。水力裂纹面上作用水压力 p , 水压力可能导致天然裂纹面处于闭合状态, 所以需要考虑自然裂纹面上的接触力, 接触力用 t 表示。为区分水力裂纹面的两个面分别以 Γ_{c1}^+ 、 Γ_{c1}^- 表示, 见图 2, 与此类似, 自然裂纹面也可表示为 Γ_{c2}^+ 和 Γ_{c2}^- 。

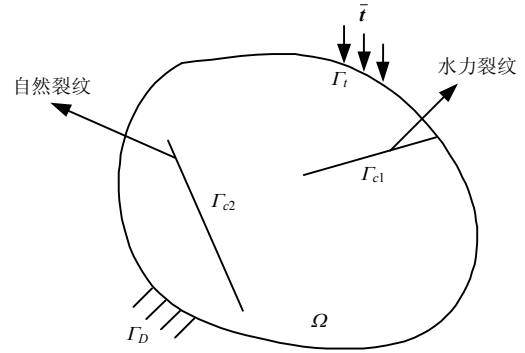


图 1 含一自然裂纹和水力裂纹的岩体域
Fig.1 Rock mass containing a natural fracture and hydraulic fracture

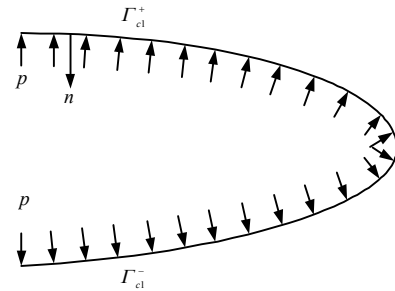


图 2 水力裂纹面内的水压力
Fig.2 Water pressure on a hydraulic fracture face

平衡方程和边界条件为

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \text{ 在 } \Omega \text{ 内} \quad (1)$$

$$\sigma \cdot n = \bar{t} \text{ 在 } \Gamma_t \text{ 上} \quad (2)$$

$$u = \bar{u} \text{ 在 } \Gamma_D \text{ 上} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma \cdot n &= p \text{ 在 } \Gamma_{c1}^+ \text{ 上} \\ \sigma \cdot n &= t \text{ 在 } \Gamma_{c2}^+ \text{ 上} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma \cdot (-n) &= -p \text{ 在 } \Gamma_{c1}^- \text{ 上} \\ \sigma \cdot (-n) &= -t \text{ 在 } \Gamma_{c2}^- \text{ 上} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中: σ 为柯西应力张量; b 为体力; $\bar{u}$ 、 $\bar{t}$ 分别为边界 Γ_D 、 Γ_t 上已知的位移和面力; p 为作用在 Γ_{c1}^+ 、 Γ_{c1}^- 上的水压力, 见图 2; t 为作用在 Γ_{c2}^+ 、 Γ_{c2}^- 上的接触力; n 为 Γ_t 、 Γ_c^+ 边界上的单位外法线矢量。

假设为小变形和线弹性本构, 则岩体内的本构关系为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{C}$ 为弹性矩阵; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变张量, 可表示为

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (7)$$

假设给结构一个虚位移 $\mathbf{v}$, 则平衡方程的弱形式为

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_{c_2}^+} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v}^+ dS - \int_{\Gamma_{c_2}^-} \mathbf{t} \cdot \mathbf{v}^- dS = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} dS + \int_{\Gamma_{c_1}^+} \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}^+ dS - \int_{\Gamma_{c_1}^-} \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}^- dS \quad (8)$$

式中: S 为面积分(平面问题为线积分)的积分区域。

令裂纹面的相对位移 $\mathbf{u}_c = \mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-$, 则式 (8) 可改写为

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_{c_2}} \mathbf{t} \cdot \mathbf{u}_c dS = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \bar{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{v} dS + \int_{\Gamma_{c_1}} \mathbf{p} \cdot \mathbf{u}_c dS \quad (9)$$

2.2 接触问题

裂纹面的接触条件的处理采用文献[17]中的增广型拉格朗日乘法, 考虑自然裂纹面的摩擦接触和水力裂纹的水压力, 虚功方程 (9) 可以表示为

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) d\Omega + \int_{\Gamma_{c_2}} \left(\bar{\lambda}_n^h \delta u_n + \bar{\lambda}_\tau^h \delta u_\tau \right) dS = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \delta \mathbf{u} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \bar{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} dS + \int_{\Gamma_{c_1}} \mathbf{p} \cdot \mathbf{u}_c dS \quad (10)$$

式中: $\bar{\lambda}_n^h$ 、 $\bar{\lambda}_\tau^h$ 分别为裂纹面的法向和切向增广型拉格朗日乘子; u_n 、 u_τ 分别为裂纹面的法向和切向相对位移。

3 位移场的扩展有限元法逼近

根据文献[17]的多裂纹扩展有限元法的位移逼近形式, 同样适用于含有自然裂纹和水力裂纹的岩体域, 位移逼近形式为

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{i \in I} N_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}_i + \sum_{j \in J} N_j(\mathbf{x}) \cdot (H(\mathbf{x}) - H(\mathbf{x}_j)) \cdot \mathbf{a}_j + \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{k \in K} N_k(\mathbf{x}) \cdot (\varphi_\alpha(\mathbf{x}) - \varphi_\alpha(\mathbf{x}_k)) \cdot R^\alpha(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{b}_{k\alpha} + \sum_{l \in L} N_l(\mathbf{x}) \cdot (J(\mathbf{x}) - J(\mathbf{x}_l)) \cdot \mathbf{c}_l \quad (11)$$

式中: I 为离散域内所有节点集; $\mathbf{u}_i$ 为节点位移, $N_i(\mathbf{x})$ 、 $N_j(\mathbf{x})$ 、 $N_k(\mathbf{x})$ 、 $N_l(\mathbf{x})$ 为节点形函数; J 为被裂纹贯穿的单元节点的集合, 用 Heaviside 加强函数 $H(\mathbf{x})$ 来加强, 在裂纹一侧等于 1, 在另一侧等于 -1; $\mathbf{a}_j$ 为相应的附加变量; K 为裂尖加强单元节点的集合; $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$ 为裂尖加强函数, $\mathbf{b}_{k\alpha}$ 为相应的附加变量; L 为裂纹交叉点所在单元节点的集合; $J(\mathbf{x})$ 为裂纹交叉处的连接加强函数; $\mathbf{c}_l$ 为相应的附加变量; $R^\alpha(\mathbf{x}) = \sum_{i \in K^*} N_i(\mathbf{x})$ 为裂尖处的线增函数^[18],

该函数的引入是为了消除裂尖加强函数引起的混合单元, 根据文献[18]的结论, 混合单元的消除能显著提高裂纹附近的精度。节点的加强类型如图 3 所示。

对于各向同性弹性体, 裂尖加强函数 $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$ ($\alpha=1, \dots, 4$) 一般采用下列裂尖分支函数:

$$\begin{aligned} & [\varphi_\alpha(r, \theta), \alpha=1, 2, 3, 4] = \\ & \begin{bmatrix} \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} & \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} & \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta & \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

式中: r 和 θ 为裂尖局部极坐标。

裂纹交叉处的连接加强函数 $J(\mathbf{x})$ 可表示为

当 $f_1(\mathbf{x})f_1(\mathbf{x}_i) > 0$, 有

$$J(\mathbf{x}) = H(f_1(\mathbf{x})) - H(f_1(\mathbf{x}_i)) \quad (13)$$

当 $f_1(\mathbf{x})f_1(\mathbf{x}_i) < 0$

$$J(\mathbf{x}) = H(f_2(\mathbf{x})) - H(f_2(\mathbf{x}_i)) \quad (14)$$

式中: $f_1(\mathbf{x})$ 和 $f_2(\mathbf{x})$ 分别为关于主裂纹 (图 3 中有两个裂尖的裂纹) 和次裂纹 (图 3 中只有一个裂尖的裂纹) 的符号距离函数。

在裂纹附近区域采用广义形函数, 即采用高阶的节点形函数, 高阶形函数的引入可以有效地提高裂纹附近的精度, 从而可更准确地模拟裂纹扩展。考虑计算量和精度的提高, 含加强节点的单元节点采用一阶广义形函数, 其余节点用传统有限元的形函数, 图 3 灰色区域内节点采用一阶广义形函数。一阶广义形函数为

$$N_i = \varphi_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & x - x_i & 0 & y - y_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x - x_i & 0 & y - y_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: φ_i 为传统有限元形函数; (x_i, y_i) 为节点 i 的坐标。

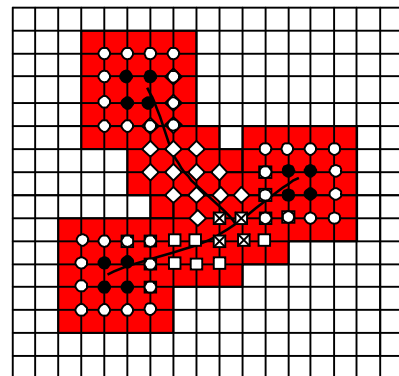


图 3 加强节点及加强类型

Fig.3 Enriched nodes and enrichment types

根据 XFEM 位移模式 (11), 裂纹面的相对位移 u_c 可以表示为

$$u_c = TN_c d^e \quad (16)$$

式中: d^e 为单元节点未知量; T 为局部坐标和整体坐标的转换矩阵; N_c 为

$$N_c = [N_u \quad \bar{N}_1 \quad \dots \quad \bar{N}_i \quad \dots \quad \bar{N}_n] \quad (17)$$

式中: n 为每个单元中的节点数目, N_u 为

$$N_u = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2n} \quad (18)$$

对于 $H(x)$ 或 $J(x)$ 函数加强的节点, $\bar{N}_i$ 为

$$\bar{N}_i = \begin{bmatrix} 2N_i & 0 \\ 0 & 2N_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

对于 $\varphi_\alpha(x)$ 函数加强的节点, $\bar{N}_i$ 为

$$\bar{N}_i = R^\alpha \begin{bmatrix} 2N_i \sqrt{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2N_i \sqrt{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

增广型拉格朗日乘子场可以写成如下的矩阵形式:

$$\bar{\lambda}^h = M^T \bar{\lambda} \quad (21)$$

其中,

$$M = [M_u \quad \bar{M}_1 \quad \dots \quad \bar{M}_i \quad \dots \quad \bar{M}_n] \quad (22)$$

$$M_u = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 2n} \quad (23)$$

式中: n 为每个单元中的节点数目。

对于 $H(x)$ 或 $J(x)$ 函数加强的节点, $\bar{M}_i$ 为

$$\bar{M}_i = \begin{bmatrix} M_i & 0 \\ 0 & M_i \end{bmatrix} \quad (24)$$

对于 $\varphi_\alpha(x)$ 函数加强的节点; $\bar{M}_i$ 为

$$\bar{M}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

另外

$$\bar{\lambda} = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_n & 0 \\ 0 & \bar{\lambda}_\tau \end{bmatrix} \quad (26)$$

离散式 (10), 并结合式 (11) 的 XFEM 位移模式, 包含摩擦接触的控制方程为

$$(K + K_c)d = f \quad (27)$$

式中: $d = [u \quad a \quad b \quad c]^T$ 为节点未知量; K 和 f 分别为整体劲度矩阵、荷载列阵。

K 通过单元劲度矩阵组装而成

$$k_{ij}^e = \begin{bmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{ua} & k_{ij}^{ub} & k_{ij}^{uc} \\ k_{ij}^{au} & k_{ij}^{aa} & k_{ij}^{ab} & k_{ij}^{ac} \\ k_{ij}^{bu} & k_{ij}^{ba} & k_{ij}^{bb} & k_{ij}^{bc} \\ k_{ij}^{cu} & k_{ij}^{ca} & k_{ij}^{cb} & k_{ij}^{cc} \end{bmatrix} \quad (28)$$

其中:

$$k_{ij}^{rs} = \int_{\Omega_e} (B_i^r)^T C B_j^s d\Omega, \quad (r, s = u, a, b, c) \quad (29)$$

式中: B_i^u 、 B_i^a 、 B_i^b 、 B_i^c 分别为常规应变矩阵、Heaviside 函数加强、裂尖函数加强对应的加强应变矩阵和交叉加强应变矩阵, 其表示如下:

$$B_i^u = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$B_i^a = \begin{bmatrix} [N_i(H-H(x_i))]_{,x} & 0 \\ 0 & [N_i(H-H(x_i))]_{,y} \\ [N_i(H-H(x_i))]_{,y} & [N_i(H-H(x_i))]_{,x} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$B_i^b = [B_i^{b1} \quad B_i^{b2} \quad B_i^{b3} \quad B_i^{b4}] \quad (32)$$

$$B_i^{ba} = \begin{bmatrix} [N_i(\varphi_\alpha - \varphi_\alpha(x_i))]_{,x} & 0 \\ 0 & [N_i(\varphi_\alpha - \varphi_\alpha(x_i))]_{,y} \\ [N_i(\varphi_\alpha - \varphi_\alpha(x_i))]_{,y} & [N_i(\varphi_\alpha - \varphi_\alpha(x_i))]_{,x} \end{bmatrix} \quad (\alpha = 1, \dots, 4) \quad (33)$$

$$B_i^c = \begin{bmatrix} [N_i(J-J(x_i))]_{,x} & 0 \\ 0 & [N_i(J-J(x_i))]_{,y} \\ [N_i(J-J(x_i))]_{,y} & [N_i(J-J(x_i))]_{,x} \end{bmatrix} \quad (34)$$

K_c 由接触单元劲度矩阵组装而成:

$$K_c = \int_{\Gamma_c} M^T \bar{\lambda} T N_c d\Gamma \quad (35)$$

f 由单元荷载列阵组装而成:

$$f_i = [f_i^u \quad f_i^a \quad f_i^b \quad f_i^c] \quad (36)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} f_i^u &= \int_{\Gamma_i} N_i \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i b d\Omega \\ f_i^a &= \int_{\Gamma_i} N_i (H - H(x_i)) \bar{t} d\Gamma + \\ &\int_{\Omega} N_i (H - H(x_i)) b d\Omega + 2 \int_{\Gamma_{c1}} \mathbf{n} \cdot N_i \bar{t} d\Gamma \\ f_i^b &= \int_{\Gamma_i} N_i (F_\alpha - F_\alpha(x_i)) \bar{t} d\Gamma + \\ &\int_{\Omega} N_i (F_\alpha - F_\alpha(x_i)) b d\Omega + 2 \int_{\Gamma_{c1}} R^\alpha \mathbf{n} \cdot \sqrt{r} N_i \bar{t} d\Gamma \\ &(\alpha = 1, \dots, 4) \\ f_i^c &= \int_{\Gamma_i} N_i (J - J(x_i)) \bar{t} d\Gamma + \\ &\int_{\Omega} N_i (J - J(x_i)) b d\Omega + 2 \int_{\Gamma_{c1}} \mathbf{n} \cdot N_i \bar{t} d\Gamma \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

式中: $\bar{t}$ 为裂纹面上的接触力和水压力, 在 Γ_{c1}^+ 和 Γ_{c1}^- 上的表现为水压力 p , 在 Γ_{c2}^+ 和 Γ_{c2}^- 上的表现为接触力 p 和 t 。

4 裂纹扩展

4.1 应力强度因子的计算

采用互作用积分法计算应力强度因子。考虑两个独立的平衡状态: 状态 1 ($\sigma_{ij}^{(1)}, \varepsilon_{ij}^{(1)}, u_i^{(1)}$) 为真实状态; 状态 2 ($\sigma_{ij}^{(2)}, \varepsilon_{ij}^{(2)}, u_i^{(2)}$) 为辅助状态。对于裂纹面上有面力作用, 状态 1、2 的互作用积分可以表示为^[17]

$$I^{(1,2)} = \int_A \left[-W^{(1,2)} \delta_{ij} + \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial(u_i^{(2)})}{\partial x_j} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial(u_i^{(1)})}{\partial x_j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dA - \int_{\Gamma_c^{(1)} \cup \Gamma_c^{(2)}} \left[\sigma_{i2}^{(1)} \frac{\partial(u_i^{(2)})}{\partial x_1} + \sigma_{i2}^{(2)} \frac{\partial(u_i^{(1)})}{\partial x_1} \right] q n_2 d\Gamma \quad (38)$$

式中: $W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)}$ 为互作用应变能密度; q 为权函数; n_j 为裂纹面上的外法线。

选取状态 2 分别为 I 型和 II 型的渐近场, 则

$$\left. \begin{aligned} K_I^{(1)} &= \frac{2}{E^*} I^{(1, \text{mode I})} \\ K_{II}^{(1)} &= \frac{2}{E^*} I^{(1, \text{mode II})} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

式中: 当 $E^* = E$ 时, 为平面应力问题; 当 $E^* = E / (1 - \nu^2)$ 时, 为平面应变问题, E 为弹性模量, ν 为泊松比。

4.2 断裂准则

采用能量释放率准则, 根据 Irwin 关系, 能量释放率 G 为

$$G = \frac{(K_I^2 + K_{II}^2)}{E^*} \quad (40)$$

根据最大周向拉应力强度因子理论确定的裂尖

扩展角 θ 为

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{K_I - \sqrt{(K_I)^2 + 8(K_{II})^2}}{4K_{II}} \right) \quad (41)$$

式中: $K_{II} = 0$ 为 I 型裂纹, $\theta = 0$; $K_{II} > 0$, 则 $\theta < 0$; $K_{II} < 0$, 则 $\theta > 0$ 。

5 数值验证

为了验证本文方法的正确性, 采用含中心水平裂纹的无限大平板受压和裂纹面上均布水压力的边界裂纹板来验证, 并与已有的数值结果进行比较。材料参数为: 弹性模量 $E = 1\ 000\ \text{Pa}$, 泊松比 $\nu = 0.3$, 裂纹面摩擦系数为 $\mu = 0.3$, 罚因子 $E_n = E_t = 1\ 000E$, 网格尺寸单位为 m , 采用平面应变条件假设, 裂纹加强单元采用两层广义形函数加强。

5.1 含中心水平裂纹的无限大平板模型

如图 4 所示, 一无限大单位厚度的平板含有一中心裂纹, 受远处单轴压应力 $p = 1\ \text{Pa}$ 和剪应力 $\tau = 1\ \text{Pa}$, 裂纹长度 $2a = 4\ \text{m}$, 坐标系选择如图 4 所示。为了方便计算, 取 $5\ \text{m} \times 5\ \text{m}$ 的有限范围内进行数值计算, 采用 19×19 的计算网格, 如图 5 所示。

根据文献[19]的结果, II 型应力强度因子 K_{II} 的精确解为

$$K_{II}^{\text{exact}} = (\tau - \mu p) \sqrt{\pi a} \quad (42)$$

计算区域内的计算网格如图 5 所示, 灰色区域内的节点采用两层广义节点形函数加强。

用互作用积分法计算裂尖应力强度因子, 图 6 给出了 II 型应力强度因子 K_{II} 随裂纹面间摩擦系数 μ 的变化。由图可知: ① K_{II} 随 μ 的变化趋势与解析解的变化趋势基本一致, 随 μ 的增大而减小; ② 对于不同的 μ , K_{II} 的值与精确解基本一致, 从而验证了扩展有限单元法结合增广型拉格朗日乘子法模拟摩擦接触问题的精确性。

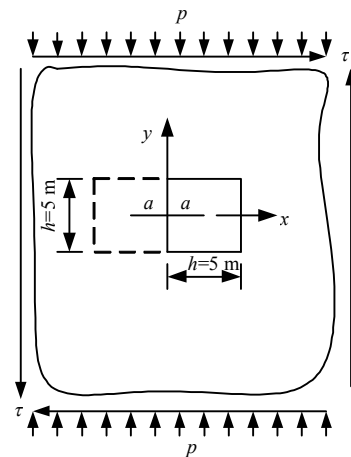


图 4 受有远处单轴压应力 p 和剪应力 τ 的无限大平板
Fig.4 Infinite plate subjected to remote p and τ

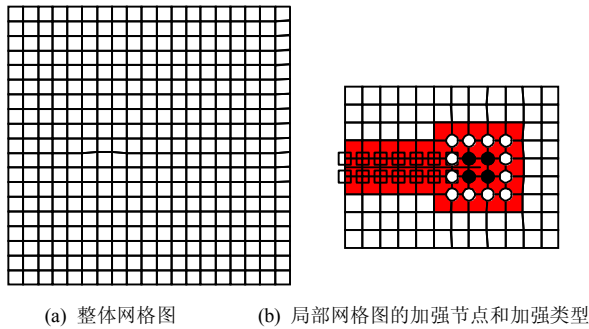


图 5 计算网格
Fig.5 Computational grids

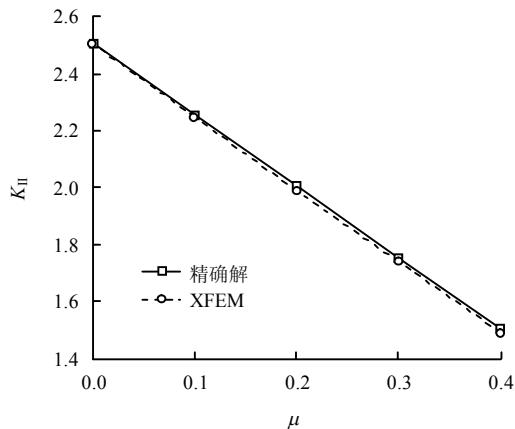


图 6 应力强度因子 K_{II} 随摩擦系数 μ 的变化
Fig.6 Variation of stress intensity factor K_{II} with friction coefficient μ

5.2 受水压力作用的边界裂纹板

受均布水压力的边界裂纹板如图 7 所示。裂纹长度为 a 。采用 $p\sqrt{\pi a}$ 正则化的应力强度因子见表 1，并用本节方法得到的值与解析解^[20]进行比较。通过数值结果的比较可以得出：①改进后的 XFEM 的精度明显高于传统的 XFEM；②扩展有限元获得的结果与参考解能够很好地吻合；③随着 b/a 及 c/a 的增大，裂纹板越接近于无限大板，应力强度因子的值越接近于无限大板中含有边界裂纹应力强度因子的解析解 $p\sqrt{\pi a}$ 。

通过算例分析可以看出，本文方法能有效地模拟受压裂纹面的摩擦接触和非耦合的水力劈裂（裂纹面上有作用力）问题。

6 数值结果

在本节中，采用数值算例来验证采用 XFEM 模拟岩体水力劈裂的稳定性。在下述算例中，材料参数为：弹性模量 $E=1\ 000\ \text{MPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ ，罚因子 $E_n=E_t=1\ 000E$ ，裂纹面间的摩擦因子 $\mu=0.3$ ，岩体的临界能量释放率 $G_c=0.1\ \text{MPa}$ ，自然裂纹面的抗拉强度为 $f_t=0.005\ \text{MPa}$ ，假设为平面

应变条件，裂纹附近的节点采用两层广义形函数加强。

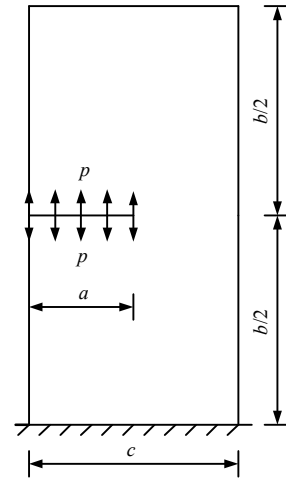


图 7 受水压力作用的边裂纹板
Fig.7 Edge-cracked plate with water pressure

表 1 正则化应力强度因子的比较

Table 1 Comparison of normalized stress intensity factors

板尺寸		本文方法	传统的 XFEM	解析解
b/a	c/a			
4	3	1.840 0	1.839 0	1.930 0
8	5	1.274 0	1.271 0	1.350 0
12	7	1.253 0	1.252 0	1.260 0
16	9	1.201 0	1.198 0	1.200 0
20	11	1.199 0	1.203 0	1.190 0
∞	∞	1.121 5	1.121 5	1.121 5

6.1 自然裂纹平行于水力裂纹

如图 8 所示的岩体含有一条水力裂纹和与之平行的自然裂纹，水力裂纹面内的水压力为 $p=2\ \text{kPa}$ ，自然裂纹采用摩擦接触模型，岩体和裂纹的尺寸如图 8 所示。

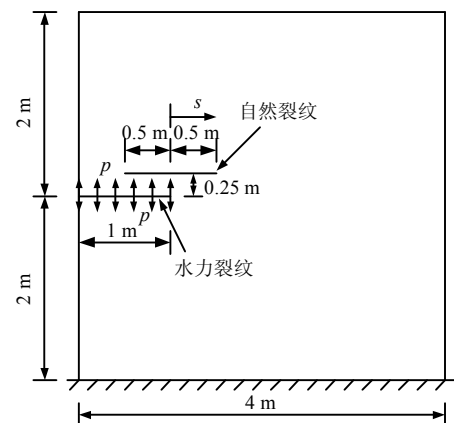


图 8 岩体中的水力裂纹内和与之平行的自然裂纹
Fig.8 Rock mass with a hydraulic fracture and a natural fracture parallel with hydraulic fracture

图 9 为自然裂纹面上的法向和切向接触力。从数值结果可以得到以下明显的特征: ①处于水力裂纹的裂尖周围和在水力裂纹前面(沿着 s 的正方向)的自然裂纹面承受拉应力; ②在水力裂纹裂尖后面(沿着 s 的负方向)的自然裂纹段, 水力裂纹对其施加压力, 所以此段的自然裂纹面承受压应力; ③剪应力的峰值稍微落后于水力裂纹裂尖, 且自然裂纹裂尖附近的值远小于靠近水力裂纹裂尖区域的值, 自然裂纹两裂尖处的剪应力方向是相反的; ④对于闭合裂纹, 由于水力裂纹的作用, 裂纹段会出现拉应力, 当拉应力大于抗拉强度时, 裂纹面就会张开。

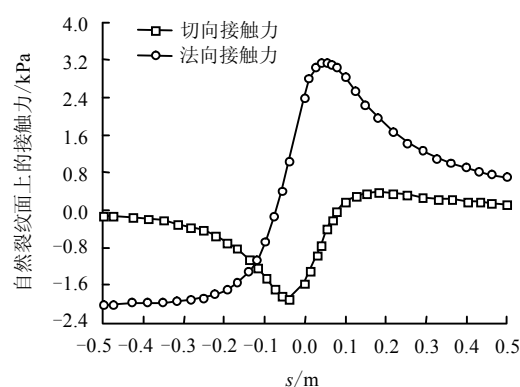
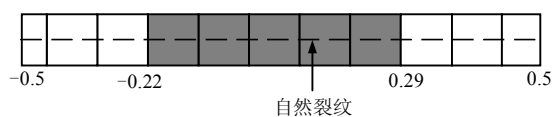


图 9 自然裂纹面上的接触力

Fig.9 Contact stresses on natural fracture faces

图 10 为自然裂纹面沿着坐标方向的接触状态, 从图可知, 裂纹面的中间部分处于滑动状态, 而两端裂尖区域处于粘连状态。



注: 灰色表示滑动状态, 白色表示粘连状态。

图 10 自然裂纹段的接触状态

Fig.10 Contact conditions on natural fracture segments

6.2 自然裂纹垂直于水力裂纹

对于含有水力裂纹和与之垂直的自然裂纹的岩体, 岩体和裂纹尺寸如图 11 所示, 水力裂纹裂尖和自然裂纹的距离为 d , 水力裂纹面内的水压力为 $p=2$ kPa。

当水力裂纹裂尖和自然裂纹的距离为 $d=0.5$ m 和 $d=1$ m 时, 自然裂纹面上法向和切向接触力的变化趋势如图 12 所示。从图中可以得到如下特征: ①水力裂纹裂尖周围的自然裂纹面承受拉应力, 且随着 d 变小, 受拉区的范围变小, 但裂尖处的诱导压

应力变大; ②随着 d 变小, 切向应力的峰值会向裂纹前端(沿着 s 的正方向)转移; ③对于对称的裂纹体结构, 法向和切向接触力也沿着自然裂纹对称地变化; ④当受拉区的拉应力大于抗拉强度时, 闭合的裂纹面会发生张开。

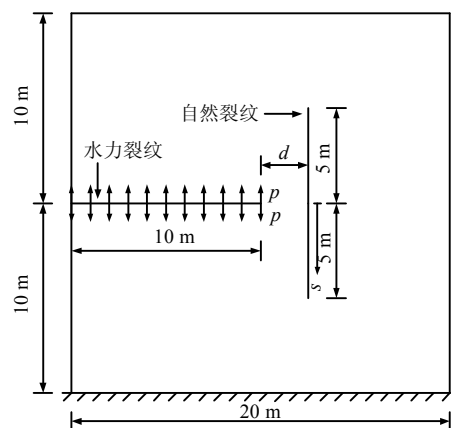


图 11 岩体中的水力裂纹内和与之垂直的自然裂纹

Fig.11 Rock mass with a hydraulic fracture and a natural fracture orthogonal to hydraulic fracture

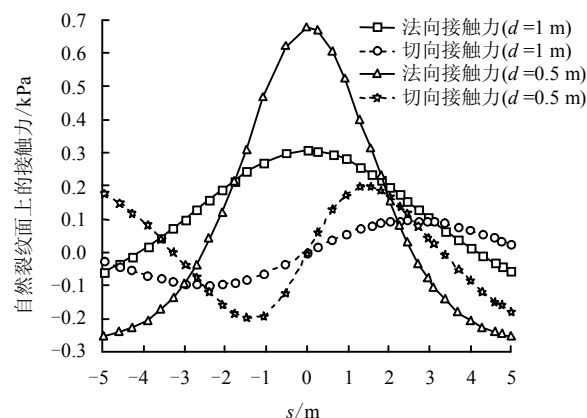
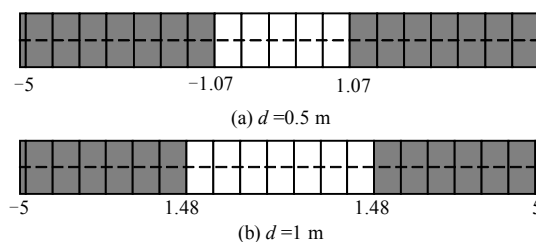


图 12 自然裂纹面上的接触力

Fig.12 Contact stresses on natural fracture faces

自然裂纹面上沿着坐标方向的接触状态如图 13 所示, 可以得出: ①裂纹的两端处于滑动状态, 裂纹的中间部分处于粘连状态; ②随着 d 的增大, 粘连区域也随之增加, 而滑动区域则随之减小。



注: 灰色表示滑动状态, 白色表示粘连状态。

图 13 自然裂纹面的接触状态

Fig.13 Contact conditions on natural fracture faces

根据两种不同状态下的自然裂纹面的应力分析,可以得到以下规律:①水力裂纹与自然裂纹之间不同的方向和不同的距离对自然裂纹面上的接触力有不同的影响;②水力裂纹会对自然裂纹段产生诱导拉应力,当拉应力大于自然裂纹面的抗拉强度时,闭合裂纹面会张开。

7 结 论

本文在传统扩展有限单元法的基础上改进裂纹附近的加强节点,并用以模拟非耦合模型的水力劈裂。水力裂纹的模拟采用非耦合的水力劈裂模型,自然裂纹采用摩擦接触模型,摩擦接触状态的处理采用砂浆法(线段-线段的接触法)结合增广型拉格朗日乘子法。并通过算例验证本文方法模拟水力劈裂问题的适用性,以及水力裂纹对自然裂纹的影响,具体结论如下:

(1)改进后的 XFEM 能有效地模拟水力劈裂问题,而且避免了裂纹扩展时裂纹重构的问题,精度明显高于传统的 XFEM。

(2)自然裂纹面中采用的具有一定的抗拉强度的摩擦接触模型能有效地模拟自然裂纹的受力情况,裂纹面受压时,能够避免裂纹面发生相互嵌入,裂纹面受拉时,当拉应力达到裂纹面的抗拉强度时,裂纹面张开。

(3)水力裂纹中由于水压的存在,对附近的自然裂纹产生附加力,水力裂纹与自然裂纹之间不同的方向、不同的距离对自然裂纹面上的接触力有不同的影响,水力裂纹会对自然裂纹段产生诱导拉应力,当拉应力大于自然裂纹面的抗拉强度时,闭合裂纹面会张开。

参 考 文 献

- [1] RAAEN A M, SKOMEDAL E, KJØRHOLT H, et al. Stress determination from hydraulic fracturing tests: The system stiffness approach[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2001, 38: 529—541.
- [2] MURDOCH L C, SLACK W W. Forms of hydraulic fractures in shallow fine-grained formations[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2002, 128: 479—487.
- [3] HAINEY B W, KECK R G, SMITH M B, et al. On-site fracturing disposal of oilfield-waste solids in Wilmington field, California[J]. **SPE Production & Facilities**, 1999, 14: 83—87.
- [4] SASAKI S. Characteristics of microseismic events induced during hydraulic fracturing experiments at the Hijiori hot dry rock geothermal energy site, Yamagata, Japan[J]. **Tectonophysics**, 1998, 289: 171—188.
- [5] BERUMEN S, TIAB D, RODRIGUEZ F. Constant rate solutions for a fractured well with an asymmetric fracture[J]. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 2000, 25: 49—58.
- [6] HABIB P. The MalPasset dam failure[J]. **Engineering Geology**, 1987, 24: 331—338.
- [7] FUEIK B E. The Teton dam failure: A discussion[J]. **Engineering Geology**, 1987, 24: 207—215.
- [8] 许彦卿, 张悼元. 岩体水力学导论[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1995.
- [9] XU Yan-qing, ZHANG Dao-yuan. An introduction to rock mass hydraulics[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1995.
- [10] JU Y, ZHANG Q G, YANG Y M, et al. An experimental investigation on the mechanism of fluid flow through single rough fracture of rock[J]. **Science China: Technological Sciences** 2013, 56(8): 2070—2080.
- [11] WARPINSKI N R, TEUFEL L W. Influence of geologic discontinuities on hydraulic fracture propagation[J]. **Journal of Petroleum Technology**, 1987, 39: 209—220.
- [12] ZHOU J, CHEN M, JIN Y, et al. Analysis of fracture propagation behavior and fracture geometry using a triaxial fracturing system in naturally fractured reservoirs[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2008, 45: 1143—1152.
- [13] MOËS N, DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 46(1): 131—150.
- [14] BELYTSCHKO T, BLACKT. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1999, 45(5): 601—620.
- [15] LECAMPION B. An extended finite element method for hydraulic fracture problems[J]. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 2009, 25: 121—133.
- [16] REN Q W, DONG Y W, YU T T. Numerical modeling of concrete hydraulic fracturing with extended finite element method [J]. **Science in China, Series E: Technological Sciences**, 2009, 52: 559—565.